

Matematika 7. A

Úkol č. 6

ze dne: 2. 4. 2020

učitel: Jana Bardoňová

termín odevzdání: pondělí 6. 4. 2020

nejlépe napsat na papír a vypracované příklady ofotit a poslat na mail:

bardonova.jana@gmail.com

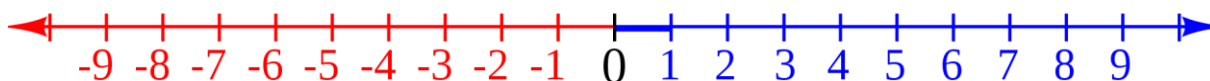
Na tento mail se prosím obračejte i s případnými dotazy

Obsah

1. Nové úkoly
2. Výsledky Eva a Zdeněk

Pravouhlá soustava souřadnic v rovině

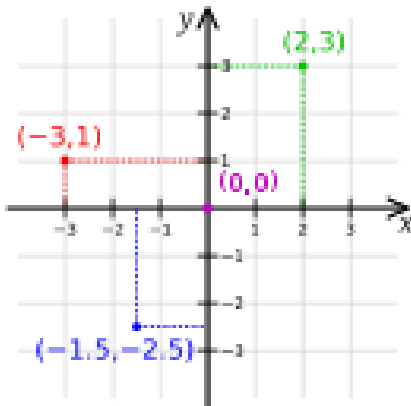
Nejjednodušší (jedorozměrnou) soustavou souřadnic je číselná osa



Každý bod je na číselné ose (**přímce**) – tj. v jednorozměrném prostoru - jednoznačně určen jednou hodnotou – víme, kde přesně na číselné ose leží bod $[0]$, nebo $[-1]$ a podobně. Přímku, na které je vyznačena číselná osa, označíme x . Každý bod je v jednorozměrném prostoru jednoznačně určen hodnotou souřadnice $[x]$

Jestliže chceme jednoznačně stanovit polohu bodu v rovině, nevystačíme s číselnou osou. Potřebujeme číselné osy dvě – na sebe kolmé: původní, vodorovnou číselnou osu, na přímce x a na ní kolmou, svislou číselnou osu, na přímce, kterou označíme y . Každý bod A v rovině je jednoznačně určen dvěma hodnotami = dvěma souřadnicemi – svým kolmým průmětem na osu x (souřadnice x bodu A) a svým kolmým průmětem na osu y (souřadnice y bodu A). Zapisujeme $A [x,y]$ – bod A o souřadnicích x a y

Zelený bod na obrázku označme **A**, červený **B**, modrý **C**, fialový **O**. Zapišme tyto body pomocí jejich souřadnic **A** [2,3]. Tzn. souřadnice x bodu A je 2, souřadnice y bodu A je 3.



Úkol:

1. Doplň do závorek souřadnici x a souřadnici y bodu

B [,]

C [,]

O [,] průsečík osy x a osy y je **počátek** soustavy souřadnic

2. Zapiš souřadnice x a y, tj. [x,y] všech bodů, které na obrázku leží na záporné části osy x a na kladné části osy y.

3. V pravouhlé soustavě souřadnic narýsuj trojúhelník ABC: A [1,2]; B [3,3]; C [2,5]

4. Doplň tabulku tak, aby závislost y na x byla přímá úměrnost. Urči číslo k a zapiš rovnici přímé úměrnosti

x	5	10		25
y	25		100	

Výsledky Eva a Zdeněk

Poměr věků Evy a Zdeňka je nyní 3:2, za šest let bude tento poměr 9:7.

- Jak jsou sourozenci nyní staří?
- O kolik let a kolikrát je Eva starší než Zdeněk?
- O kolik let a kolikrát bude Eva starší než Zdeněk za dvacet let?

Řešení :

Matematické řešení – soustava dvou rovnic o dvou neznámých

E ... věk Evy; Z ... věk Zdeňka

$$E : Z = 3 : 2; \text{ tj. } \frac{E}{Z} = \frac{3}{2} \quad \text{současně } (E+6) : (Z+6) = 9 : 7; \text{ tj. } \frac{E+6}{Z+6} = \frac{9}{7}$$

$$\frac{E}{Z} = \frac{3}{2} \rightarrow E = \frac{3}{2} \cdot Z \quad \text{tento vztah dosadím do rovnice } \frac{E+6}{Z+6} = \frac{9}{7} \quad \text{dostanu: } \frac{3}{2} \cdot Z + 6 = \frac{9}{7} (Z + 6)$$

Budu provádět úpravy rovnice tak, abych vyjádřila Z

Z levé strany rovnice vytknu 3, dostanu

$$3 \cdot \left(\frac{1}{2} Z + 2 \right) = \frac{9}{7} (Z + 6)$$

Obě strany rovnice vydělím 3, dostanu

$$\frac{1}{2} Z + 2 = \frac{3}{7} (Z + 6)$$

Obě strany rovnice vynásobím 2, dostanu

$$Z + 4 = \frac{6}{7} (Z + 6)$$

Obě strany rovnice vynásobím 7, dostanu

$$7Z + 4 \cdot 7 = 6 (Z + 6) \rightarrow 7Z + 28 = 6Z + 36$$

Od obou stran rovnice odečtu 6Z, dostanu

$$7Z - 6Z + 28 = 6Z - 6Z + 36 \rightarrow Z + 28 = 36$$

Od obou stran rovnice odečtu 28, dostanu

$$Z + 28 - 28 = 36 - 28 \rightarrow Z = 8$$

Zjišťuji, že Zdeňkovi je 8 let

Dosadím do $E = \frac{3}{2} \cdot Z$ za $Z = 8$; dostanu $E = \frac{3}{2} \cdot 8 = 3 \cdot 4 = 12 = E$; **Evě je 12 let**

- Zdeňkovi je 8 a Evě 12 let
- Eva je o 4 roky starší než Zdeněk; Eva je 1,5x starší než Zdeněk ($12/8 = 1,5$)
- Za dvacet let bude Eva o 4 roky starší než Zdeněk, Eva bude za 20 let přibližně 1,14 x starší než Zdeněk ($32/28 = 1,142857\dots$)

Intuitivní řešení – s využitím matematiky, kterou známe

$$\text{Nyní } \frac{E}{Z} = \frac{3}{2}; \text{ za 6 let } \frac{E+6}{Z+6} = \frac{9}{7}$$

Budu postupně vyjadřovat násobky poměru 3 : 2, tj. $k \cdot \frac{3}{2}$ a zjišťovat v jakém poměru je

$$\frac{3}{2}; \quad \frac{k3+6}{k2+6}$$

$$k = 1; \quad k \cdot \frac{3}{2} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}; \quad \frac{k3+6}{k2+6} = \frac{3+6}{2+6} = \frac{9}{8}$$

$$k = 2; \quad k \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{4}; \quad \frac{k3+6}{k2+6} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

$$k = 3; \quad k \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{6}; \quad \frac{k3+6}{k2+6} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$k = 4; \quad k \cdot \frac{3}{2} = \frac{12}{8}; \quad \frac{k3+6}{k2+6} = \frac{18}{14} = \frac{9}{7}$$

Pro $k = 4$ získávám řešení, které odpovídá oběma poměrům v zadání. Je-li současný poměr věku Evy a Zdeňka $12/8$, vyhovuje to jak podmínce na poměr věků v současnosti 3:2, tak podmínce na poměr věků za 6 let $9 : 7$, protože $12+6 = 18$ a $8+6 = 14$; $18 : 14$ vykrátím 2 a dostávám $9 : 7$. Zbytek už je stejný jako u matematického řešení